

Las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM). Estado del arte

Mathematical learning Disabilities (MLD). State of art

Manuel Aguilar Villagrán, Estibaliz Aragón Mendizábal y José I. Navarro Guzmán

Universidad de Cádiz

Resumen

Se hace una revisión exhaustiva del estado del arte de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas, considerando inicialmente las diferentes terminologías utilizadas para referirnos a este tipo de problemática. Asimismo, se revisan las diferentes estadísticas sobre la prevalencia de este tipo de trastorno y se analizan las causas más importantes que explican la aparición de las dificultades matemáticas, desde el déficit del sentido numérico, en el sistema de precisión-exactitud numérica, y del sistema de aproximación numérica.

Palabras clave: dificultades de aprendizaje matemático, prevalencia, sentido numérico, exactitud numérica.

Abstract

A comprehensive review of learning difficulties in mathematics is presented in this article. Considering initially the different terminologies used to refer to this kind of difficulty learning behavior. Also, different statistics data on the prevalence of this disorder are reviewed and the most important causes for the appearance of the mathematical difficulties: the deficit of number sense, the system precision-accuracy numerical analyzes, and system numerical approximation.

Keywords: mathematical learning disabilities, number sense, prevalence, precision numbers.

Son numerosos los estudios que muestran la importancia que unos buenos resultados en el rendimiento matemático tiene sobre la economía de un país y el bienestar de sus ciudadanos. En cualquier sociedad avanzada hay preocupación tanto por el analfabetismo como por la pobreza en el conocimiento matemático, aunque la poca competencia para la matemática es más común que el iletrismo. El 22% de los adultos en los Estados Unidos tienen problemas con los números (por ejemplo, tienen dificultades para calcular una propina del 10% sobre el total de la factura) y las exigencias de tipo matemático en las economías modernas han ido aumentando de manera constante. En el Reino Unido se calcula que el coste de la baja preparación para las matemáticas es de 763 millones de libras cada año (Hudson, Precio, y Gross, 2009; Butterworth, Varma, y Laurillard, 2011).

Por otra parte, el rendimiento en pruebas matemáticas sencillas realizadas en la infancia (por ejemplo, resolver problemas simples, operar con fracciones, conocer el álgebra o las medidas), predice la empleabilidad y el nivel salarial en la edad adulta, aún controlando otros factores (Rivera-Batiz, 1992). La aparición de diferencias en habilidades matemáticas en los niños se aprecian ya desde la guardería, antes de que la educación formal comience con la enseñanza de las ma-

temáticas (Aunio, Heiskari, Van Luit, y Vuorio, 2015). Jordan, Kaplan, Ramineni y Locuniak (2009), encontraron que el sentido numérico, el conocimiento de las relaciones numéricas, y la comprensión de conceptos numéricos en preescolar predicen más tarde el rendimiento en matemáticas incluso controlando el cociente intelectual y la situación socio-económica. Morgan, Farkas, y Wu (2009), con una muestra representativa encontraron que los estudiantes que se quedaron por debajo del percentil 10 al final de preescolar (a menudo considerado un indicador de problemas de aprendizaje en matemáticas) tuvieron un 70% de posibilidades de permanecer por debajo del percentil 10, cinco años después.

Sin duda, hay muchas razones de por qué algunas personas son funcionalmente analfabetas numéricas y presentan bajo rendimiento en matemáticas cuando salen de la escuela. En los últimos años, los investigadores han dedicado muchos esfuerzos a explicar las causas de estas dificultades (Butterworth, et al., 2011; Jordan, Hanch, y Kaplan, 2003; Mazzocco, Feigenson, y Halberda, 2011a; Swanson, Jerman, y Zheng, 2008) y a desarrollar intervenciones para mejorar los rendimientos (Aragón, Navarro, Aguilar, y Cerda, 2015; Clements, Sarama, Spitzer, Lange, y Wolfe, 2011).

Por todo lo anterior, la investigación sobre las dificultades de apren-

dizaje de las matemáticas (DAM) y su tratamiento está recibiendo cada vez más atención. Una búsqueda en la base de datos PsychInfo de artículos con revisores externos y con el término discalculia del desarrollo (developmental dyscalculia) como palabra-clave muestra 89 estudios publicados entre 1990-1999, por 379 registros publicados entre 2000-2009 y 403 entre 2010 y 2015. Aun así, estos datos reflejan la escasez de investigaciones sobre DAM en comparación con la dislexia (2465 registros sobre dislexia entre 2010-2015), a pesar de la prevalencia de dificultades matemáticas.

La búsqueda de un término adecuado

Uno de los primeros obstáculos que nos encontramos en el estado del arte es la conceptualización del “discalculia”. En la revisión de la literatura sobre el tema, Butterworth (2005) realiza un recorrido sobre las distintas denominaciones que ha recibido en los últimos años la dificultad en matemáticas. Algunos autores han empleado distintas denominaciones conforme se ha avanzado en la investigación. Un ejemplo de ello es Geary, quien utiliza en sus primeros trabajos (Geary, 1993) el término “mathematical disability” (MD), y en investigaciones posteriores (Geary y Hoard, 2001) hace referencia a la noción “arithmetic learning

disability” (AL, ALD), para retomar recientemente (Geary, 2011) el término “mathematical learning disabilities” (MLD) o Learning Difficulties in Mathematics.

En la misma línea, otros autores aportan términos con significado similar a los existentes como, por ejemplo, “psychological difficulties in mathematics” (Allardice y Ginsburg, 1983). Por otro lado, encontramos más terminología como “developmental dyscalculia” (DD) refiriéndose a una discapacidad específica de aprendizaje que afecta a la adquisición de las habilidades aritméticas (Kaufmann et al., 2013; Shalev y Gross-Tsur, 1993; 2001; Temple, 1997). Asimismo, otros conceptos como “number facts disorder” (NF) que Temple y Sherwood (2002) utilizan para definir una dificultad del desarrollo relacionada con la competencia aritmética, que afecta al almacenamiento o la recuperación de hechos aritméticos. Además, añaden que tales dificultades pueden surgir a causa de un deterioro en un sistema especializado en el almacenamiento de hechos aritméticos, o como resultado de una discapacidad en otro dominio cognitivo.

Como hemos visto, distintas expresiones se utilizan para denominar manifestaciones similares, de ahí que esta amplia variedad de términos se use indistintamente para referirse a las Dificultades de Aprendizaje de las

Matemáticas. No obstante, Rubinsten y Henik (2009) distinguen entre Discalculia del Desarrollo (DD) y Dificultades en el Aprendizaje Matemático (MLD). Por un lado, el término DD se utiliza para denominar al déficit en las habilidades numéricas básicas, como el procesamiento de la cantidad. Sin embargo, MLD se refiere a las dificultades en aritmética que surgen de un déficit en determinadas capacidades cognitivas generales, como la atención, la memoria de trabajo y el procesamiento viso-espacial. Otros consideran como sinónimos ambos conceptos (véase, por ejemplo, Mazzocco, et al., 2011). Sin embargo, Kaufmann et al. (2013) consideran que la DD no engloba a todos los tipos de dificultad en aritmética y matemáticas. En este trabajo Kaufman diferencia también entre ambos conceptos, relacionando la “aritmética” con las habilidades de cálculo, y reservando el término “matemáticas” para otros aspectos del pensamiento numérico como, por ejemplo, la geometría. El concepto DD se circunscribe a las dificultades de mayor gravedad, por lo que representaría a un subconjunto del total de personas con dificultades matemáticas. Y dentro de la DD este grupo de investigadores propone la distinción entre discalculia primaria y discalculia secundaria. La discalculia primaria es un trastorno heterogéneo resultante de los déficits individuales en el funcionamiento nu-

mérico o aritmético a nivel cognitivo. La discalculia secundaria se refiere a las disfunciones en el funcionamiento aritmético de etiología no numérica (por ejemplo, trastornos de la atención).

En el ámbito clínico, el DSM-4-TR (American Psychiatric Association, 2000) hace mención a las dificultades en aritmética. Concretamente las incluye dentro de los trastornos específicos del aprendizaje y específicamente en el grupo de los trastornos de inicio en la infancia, la niñez o la adolescencia. Este manual hace referencia al trastorno del cálculo (discalculia) ó mathematics disorders estableciendo una serie de criterios diagnósticos.

A. La capacidad para el cálculo, evaluada mediante pruebas normalizadas administradas individualmente, se sitúa sustancialmente por debajo de la esperada dados la edad cronológica del sujeto, su coeficiente de inteligencia y la escolaridad propia de su edad.

B. El trastorno del Criterio A interfiere significativamente el rendimiento académico o las actividades de la vida cotidiana que requieren capacidad para el cálculo.

C. Si hay un déficit sensorial las dificultades para el rendimiento en cálculo exceden de las habitualmente asociadas a él.

Recientemente se publicó el DSM-V (American Psychiatric Association, 2013). La nueva edición mantiene la

codificación señalada previamente y su clasificación dentro del grupo de trastornos específicos del aprendizaje. Sin embargo, varía su denominación, de modo que el trastorno del cálculo pasa a denominarse trastorno específico del aprendizaje con dificultad en matemáticas.

Esta nueva edición del Manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales presta especial atención a aspectos como el sentido numérico, el almacenamiento de hechos aritméticos, y la fluidez y exactitud en el cálculo y el razonamiento matemático. Es interesante mencionar la aclaración que el DSM 5 añade sobre el uso del término discalculia. Se considera válido para referirse a este patrón de dificultades siempre y cuando se especifique (además de los problemas en el cálculo) la existencia de dificultades en el razonamiento matemático y verbal.

En nuestro contexto son escasos los estudios que intenten conceptualizar la discalculia. Algunos estudios de Orrantia et al. (2002, 2005) han descrito las dificultades del alumnado de educación primaria en el dominio de la aritmética y el cálculo básico a través de modelos de cronometría mental. Los resultados de estos estudios muestran que los niños con dificultades presentan un déficit específico en la recuperación de hechos numéricos desde la memoria. Presentan falta de

eficacia y automatización de la recuperación, lo que les lleva a consumir recursos cognitivos necesarios para atender eficazmente a las demandas de la tarea. También, Jiménez y Artiles (2007) definen el alumnado en riesgo de presentar dificultades específicas de aprendizaje en aritmética como “aquellos que presenta un desfase curricular en el área de matemáticas y, específicamente, en los contenidos relacionados con el cálculo aritmético, asimismo, los alumnos deben mostrar un rendimiento bajo en pruebas estandarizadas de cálculo y su aplicación a la resolución de problemas verbales aritméticos, y en menor medida en los conocimientos matemáticos más abstractos del álgebra, trigonometría o geometría”. Jiménez y Artiles. (2007) consideran la presencia de discalculia en aquellos alumnos que presentan el repertorio de dificultades enunciado anteriormente, siempre y cuando no respondan adecuadamente a la intervención, y muestren resistencia a la mejora de la competencia aritmética.

La prevalencia de las dificultades matemáticas

En relación con la prevalencia de la discalculia los estudios consultados presentan variaciones que sitúan esta prevalencia entre el 1 y el 10% en niños en edad escolar. En la Tabla 1 se presenta un resumen de estudios de prevalencia en el periodo entre 1974-2013.

Tabla 1. Características y resultados de los principales estudios de prevalencia de la discalculia en niños en edad escolar.

Estudio	N	Edad	Criterio de inclusión	Criterio de exclusión	Tasa de prevalencia (%)
Kosc, 1974	375	10-12	Batería de test ad hoc	CI < 90	6.4
Badian, 1999	1476	7-14	Puntuación centil < 20 Escala de Stanford	Ninguno	3.6
Share et al., 1988		11-13	Puntuación centil < 30 en test de aritmética y lectura	Criterios clásicos: (discapacidad y CI < 90)	7.7
Lewis et al., 1994	1056	9-10	Puntuación estandarizada < 85 Grupo de test matemáticos	Test Raven PM < 90	3.6
Gross-Tsur et al., 1996	3029	10-11	2 años de retraso Bateria de tests ad hoc	CI < 80	6.5
Ramaa y Gowramma (2002)	251/ 1408	7-9	Amplia batería de tests de aritmética. Retraso de dos años en estas pruebas. Inteligencia normal	Déficits sensoriales; bajo nivel socio económico.	5.54-5.98
Desoete et al., 2004	3978	8-11	2 desviaciones típicas de la media Bateria de test	Ninguno	2.3-7.7 según la edad
Barbareasi et al., 2005	5718	5-19	Tres fórmulas: métodos de regresión, criterio de discrepancia y bajo rendimiento en matemáticas	Ninguno	5.9-13.8
Fisher, 2007			1,645 desviación típica por debajo de la media	No haya diferencias entre matemáticas y lenguaje.	1.5
Dirks, et al., 2008	799	8-9	Por debajo del centil 25 en una prueba de cálculo y de reconocimiento de palabras.	No se menciona	5.6-10.3
Geary, 2010	238	311	Percentil menor de 15	Inteligencia normal. Buen nivel de memoria de trabajo.	5.4
Reigosa-Crespo et al., 2012.	11652	7-14	Puntuación centil por debajo del 15% en test de matemáticas basados en el currículum. Pruebas similares al screening de Butterworth, 2003	No se describe	3.4
Devine et al., 2013	1004	7-10	Puntuación entre 70 y 104 en test MaLT	Puntuación entre 105 y 140 en test MaLT	5.3
Jovanović et al., 2013	1424	9-10	Batería de 5 test de matemáticas.	No se describe	9.9

Desde que Kosc (1974) propuso una definición y un método para estimar la prevalencia del trastorno, las diferentes estimaciones de la DD divergen considerablemente. Varios investigadores, sin embargo, coinciden en el porcentaje avanzado por Kosc, que era el 6.4%. Generalmente se proponen unos criterios para la detección de la discalculia que siguen los avanzados por Kosc, a saber, para ser clasificado como discalcúlico el sujeto debe tener dificultades en el cálculo (criterio de inclusión) y no tener otras dificultades en otros dominios (criterio de exclusión). Pero operacionalizar estos criterios es un asunto controvertido; por ejemplo, Fischer (2007) utiliza un criterio estadístico, de manera que un estudiante se incluye en una muestra potencial de discalcúlicos si su puntuación es inferior en más de 1,64 puntuación de la desviación estándar de la población de comparación. La comparación entre la puntuación de las matemáticas de un estudiante y su puntuación en lengua (francés en este caso) permite verificar el criterio de discrepancia: el estudiante es excluido si su puntuación en francés no es significativamente superior a su puntuación en matemáticas. Con este criterio, considerado poco estricto, el porcentaje de estudiantes con DD es claramente inferior al 6% de Kosc; Fisher (2007) obtiene un índice de prevalencia del 1.5%. Porcentaje que baja al 1% si se

consideran solo los problemas de matemáticas y no los que lo tienen con el cálculo.

Estas variaciones en las tasas de prevalencia se pueden explicar por varios factores: los niños son de edades diferentes, los idiomas y culturas de las muestras también son diferentes, se utilizan criterios diagnósticos diversos para incluir o excluir a un niño, la elección de las pruebas de referencia para evaluar las destrezas son múltiples. Por otra parte, la discalculia se asocia con frecuencia a dislexia por ejemplo, desde una tasa del 17% (Gross-Tsur et al., 1996) al 43.3-65% (Barbarese et al., 2005) de los niños con discalculia también serían disléxicos, según criterios diagnósticos usados; asimismo se asocia con el trastorno por déficit de atención/hiperactividad (se presenta en el 26% de los niños con discalculia; Gross-Tsur et al., 1996, Miranda Casas, Meliá-de Alba, Marco-Taverner, Roselló, y Mulas, 2006). Según Barbarese et al. (2005), la discalculia afecta a más niños que niñas (en una proporción de 2 a 1). Sin embargo hay estudios que defienden que tanto niños como niñas obtienen puntuaciones similares hasta el comienzo de la escolarización y que, por el contrario, en la adolescencia los varones tendrían un mejor desempeño (Freeman, 2004; Levine, Vasilyeva, Lourenco, Newcombe, y Huttenlocher, 2005); otros estudios (Lewis et al., 1994;

Gross-Tsur et al., 1996; Badian, 1999) sugieren, en cambio, que la discalculia está distribuida en una proporción similar entre géneros. Por último, de forma algo sorprendente, Gross-Tsur et al, (1996) informan que los niños discalcúlicos pertenecen a clases sociales menos favorecidas.

Las explicaciones de las dificultades matemáticas

Actualmente, existen varios supuestos cognitivos para explicar la discalculia del desarrollo; parte de los estudios consideran la existencia de precursores de dominio general (memoria de trabajo, inteligencia, lenguaje, etc.) y precursores de dominio específico como los problemas con el sentido numérico (Butterworth, 2005; 2008; Passolunghi y Lanfranchi, 2012; Rosselli, Matute, Pinto, y Ardila, 2006). El propósito de esta revisión es entender la naturaleza de los déficits numéricos considerando que son los precursores de dominio específico los que están en el origen de la discalculia en los niños y niñas (Butterworth, 2005; 2008; Lafay, Saint-Pierre, y Maicoir, 2014).

Los sistemas de procesamiento numérico

Uno de los modelos más aceptados sobre el sistema de procesamiento numérico humano es el modelo de Triple Código de Dehaene (1992). Este mo-

delo permite explicar el procesamiento numérico del niño y del adulto. Postula que los tres sistemas de representación se ponen en marcha para procesar los números. El primer sistema de representación, el analógico sirve para hacer comparaciones numéricas en una línea imaginaria y llevar a cabo cálculos aproximados, en consecuencia, estaría relacionado con el concepto de numerosidad y proximidad entre los números. Este sistema se vincula con el surco intraparietal, nos permite comprender el sentido numérico, en otras palabras, el significado de las cantidades. En el contexto de este modelo teórico, Feigenson, Dehaene y Spelke (2004) defienden la existencia de dos sistemas numéricos distintos y específicos dedicados a la transformación de las representaciones numéricas analógicas: un sistema de representaciones aproximadas de cantidades numéricas (o sistema de aproximación numérica; SAN), que se refiere al proceso de estimación (es decir al proceso rápido e intuitivo para percibir grandes cantidades de forma aproximada), y el sistema de representaciones precisas de pequeñas cantidades de objetos individuales (o sistema de exactitud o precisión numérica; SPN), que se refiere al proceso de subitización (es decir, la percepción intuitiva rápida e innata de pequeñas cantidades, sin recurrir al conteo o enumeración). Las cantidades numéricas son, por lo tan-

to, mentalmente representadas en una línea numérica de izquierda a derecha que se hace cada vez menos precisa. Los otros dos sistemas de representaciones son simbólicos y semánticos. El sistema de representación auditivo-verbal se utiliza principalmente para la actividad de contar y para el uso de las tablas. Permite codificar la numerosidad y participa en el cálculo preciso. Por último, el sistema de representación visual-árabe está involucrado en actividades de cálculo exacto y permite realizar cálculos mentales complejos y juicios de paridad. Sólo los

sistemas simbólicos, auditivo-verbal y visual-árabe, permiten realizar cálculos precisos y exactos más allá de pequeñas cantidades. En resumen, las regiones correspondientes a los surcos intraparietales de ambos hemisferios, serían determinados de manera innata como responsables del sistema analógico y, por tanto, de la representación de la magnitud. Por otro lado, las representaciones simbólicas se localizarían en el giro angular y estarían determinadas por el aprendizaje escolar (Dehaene y Cohen, 1995).

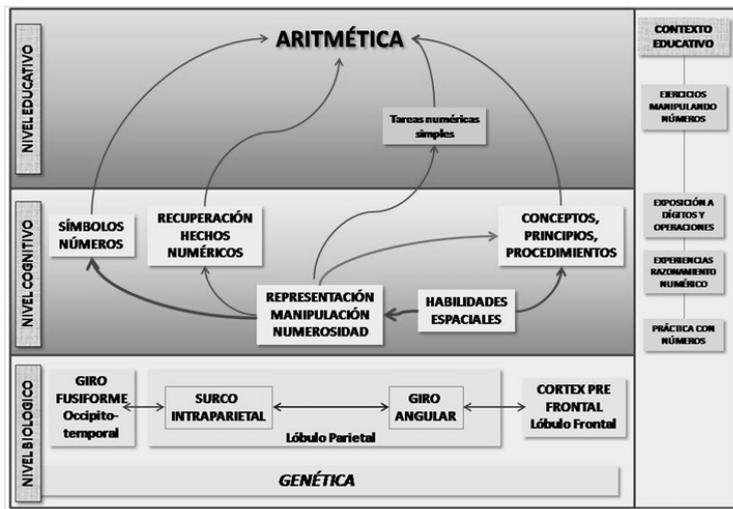


Figura 1. Modelo de relaciones entre conducta, cognición y biología (Butterworth et al., 2011, p. 1050)

Por otro lado, Butterworth (1999) propone una perspectiva del desarrollo que postula la existencia de un único módulo sobre el número, correspondiéndose con un sentido casi innato de los números que sirve para aprehen-

der, desde muy joven y casi al instante, cantidades.

En la siguiente sección, considerándolos como precursores de dominio específico, se presentan dos hipótesis cognitivas sobre la discalculia

que revelan dificultades numéricas específicas: un déficit del sentido numérico (Dehaene, 1992) o el módulo numérico según Butterworth (1999) o una dificultad en el acceso a las representaciones numéricas mentales.

Déficit del sentido numérico

La hipótesis del déficit en el sentido numérico establece que la discalculia es parte de un trastorno específico del significado de las cantidades (Wilson y Dehaene, 2007), es decir en la capacidad de aprehender las cantidades. Presentamos los estudios relacionados con las habilidades de procesar los números no simbólicos en relación con las representaciones numéricas mentales en niños discalcúlicos.

Los estudios de comportamiento. Estudios de comportamiento recientes muestran que los niños que tienen discalculia presentan dificultades en la representación analógica, a saber, la representación no simbólica semántica de los números, tanto en el sistema de precisión-exactitud numérica (SPN) como en el sistema de aproximación numérica (SAN).

Déficit en el sistema de precisión-exactitud numérica (precisión) SPN

En primer lugar vamos a revisar los estudios que sugieren que los niños con discalculia tienen dificultades en el sistema de precisión-exactitud

numérica (SPN) (es un sistema que permite captar con precisión pequeñas cantidades).

En un estudio evolutivo Schleifer y Landerl (2011) encuentran que los niños con discalculia entre 7 y 10 años tienen buenas habilidades de conteo y enumeración, pero presentan dificultades para subitizar, que se manifiesta por un procesamiento lento. Del mismo modo, los niños con discalculia entre 10 y 12 años son precisos, pero más lentos que sus compañeros del grupo de control en una tarea de subitización de 1 a 3 puntos (Andersson y Östergren, 2012; Moeller, Neuburger, Kaufmann, Landerl, y Nuerk, 2009). El número de fijaciones oculares de estos niños también es más alto que en los grupos de niños controles, lo que sugiere que adoptan una estrategia secuencial más basada en conteo que en subitización de pequeños conjuntos. Sin embargo, Ashkenazi, Mark-Zigdon y Henik (2012) muestran que los niños de 10 a 11 años con discalculia son igual de rápidos pero menos precisos que sus iguales de grupos de control. Esta diferencia en los resultados puede explicarse por el hecho de que los autores utilizaron cantidades de 1 a 4 en lugar de 1 a 3 como en estudios anteriores. También resulta controvertida la cantidad que se puede subitizar por el sistema de precisión numérica. Según Fayol, Perros y Serón (2004), este sistema nada más que permi-

te aprehender cantidades de 1, 2 y 3, mientras que Starkey y Cooper (1995) sugieren que este sistema puede subitizar cantidades entre 1 y 5. El rango de subitización, es decir la cantidad máxima que es posible aprehender debe determinarse con mayor precisión. Esta imprecisión puede explicar los resultados contradictorios encontrados (niños menos precisos pero más rápidos) por Ashkenazi et al (2012). Finalmente, un estudio de Desoete y Gregory (2006) muestra que sólo el 33% de los niños con discalculia 8 a 10 años son menos precisos en tareas de subitización, lo que sugiere que este trastorno no es la única causa de la discalculia. Sin embargo, este estudio es el único en el que los autores consideran la subitización ayudándose de una tarea de comparación de cantidades, un método de evaluación que implica diferentes procesos cognitivos los que participan en las tareas habituales de estimación. Además, a pesar del tamaño de las cantidades que tenían que comparar en este estudio (1 a 15), los autores informan de un bajo porcentaje de fracaso. Este sorprendente resultado se debería a no tener en cuenta el tiempo de procesamiento y el uso potencial del conteo por los niños, un procedimiento distinto del utilizado en la subitización. Por lo tanto, de acuerdo con estos estudios no hay consenso acerca del trastorno del sistema de precisión numérica (SPN)

en niños con discalculia. Mientras que algunos autores muestran que los niños con discalculia son menos precisos que los grupos de control en tareas del sistema que demandan precisión numérica, otros sugieren que son simplemente más lentos cuando procesan la información. Ante esta controversia, es legítimo preguntarse sobre la posible presencia de diferentes perfiles de discalculia: algunos niños con discalculia presentarían un déficit en el mismo sistema de exactitud numérica, a otros la dificultad es el etiquetado de cantidades simbólicas. Por lo tanto, se necesitan nuevos estudios para especificar las habilidades o los déficits al procesar pequeñas cantidades en los niños con discalculia, o para aclarar la naturaleza de los procesos numéricos que participan en las tareas que requieren específicamente del sistema de precisión numérica, pero que no requieren de respuesta oral.

Déficit del sistema de aproximación numérica (SAN)

Otros autores sugieren que los niños con discalculia presentan un déficit en el sistema de aproximación numérica (SAN), un sistema para aprehender grandes cantidades), que causa dificultades para el tratamiento de números grandes presentados analógicamente (por ejemplo, comparaciones presentadas bajo la forma de un conjunto de

puntos).

En este sentido, Desoete, Ceulemans, DeWeerd y Pieters (2012) muestran que los niños con discalculia entre 5-6 años son menos eficientes (cometen más errores) que sus pares de control al comparar cantidades presentadas como conjunto de puntos. Del mismo modo, los niños con discalculia entre 10-11 años también muestran menor rendimiento (pero igual rapidez) que sus pares de los grupos de control al comparar números presentados analógicamente (Ferreira e tal., 2012). Además, jóvenes con discalculia de entre 14-15 años tienen actuaciones peores que sus compañeros en una tarea de comparación de conjuntos de puntos, que es una tarea de estimación (Mazzocco, Feigenson, y Halberda, 2011). Mejías, Musso-lin, Rousselle, Gregory y Noël (2011) también destacan, entre niños con discalculia 9-10 años, las dificultades de estimación, es decir dificultades para producir una serie de puntos sobre similar a una colección presentada, esto sugiere que los niños con discalculia tienen dificultades para procesar cantidades, incluso si son representadas analógicamente. Sin embargo, Landerl y Kölle (2009) muestran que los niños y niñas discalcúlicos de 7 a 10 años son precisos, pero más lentos que sus pares no discalcúlicos cuando comparan conjuntos numéricos simbólicos y no simbólicos. Es muy probable que la

variabilidad de resultados observada en estos estudios se explique por las diferencias en las poblaciones estudiadas (edad, idioma) y la metodología utilizada (tipos de tareas, tamaño de las cantidades). Por ejemplo, no son esperables los mismos resultados de niños de 7 a 10 años comparando números del 1 al 9 que niños, 5- 6 años que comparan números de 2 a 240. En resumen, estos resultados parecen indicar que los niños con discalculia presentan un déficit en las representaciones numéricas presentadas de forma analógica, pero las características de este déficit no parecen estar claras. Veremos ahora estudios que se centran en la precisión de representaciones numéricas.

En primer lugar, algunos estudios sobre la capacidad de comparar dos colecciones numéricas más o menos próximas. Mazzocco et al. (2011) estudian la agudeza numérica en adolescentes de 14-15 años con discalculia con una tarea de comparación de dos conjuntos de puntos en el que la relación (es decir, la proporción) entre los puntos de los conjuntos se manipula: una razón de $1/2$, de $3/4$, de $5/6$, de $7/8$ (por ejemplo, comparar 2 y 4 corresponde a una razón de $1/2$; comparar 9 y 12 es igual a una relación de $3/4$). Los resultados muestran que adolescentes discalcúlicos tienen una agudeza numérica menos precisa que sus pares de control. Estos adolescentes con dis-

calculia llegan a comparar únicamente dos conjuntos cuando la razón es elevada, mientras que los adolescentes del grupo control tienen éxito comparando conjuntos con una razón inferior, lo que sugiere que la agudeza numérica es insuficiente entre adolescentes discalculicos. Del mismo modo, Piazza et al. (2010) muestran que niños discalculicos de 10 años de edad tienen una precisión numérica comparable a la observada en niños de 5 años. Este resultado sugiere que no se trata de una desviación de las representaciones numéricas, sino más bien de un retraso en el desarrollo de estas representaciones. Estos mismos autores (Piazza et al., 2010) realizaron un estudio transversal con niños de jardín de infancia, niños en edad escolar de 10 años y adultos con el fin de estudiar el desarrollo de la agudeza numérica. Los resultados mostraron, en efecto, que la agudeza numérica mejora con el tiempo: con más edad aumenta y mejora, los niños son capaces de comparar colecciones cuyas razones de reparto es baja, para luego obtener un mejor rendimiento en la edad adulta. Esto sugiere claramente que la exactitud del sistema de representaciones numéricas se perfecciona a lo largo de los años. Así que parece que el establecimiento de representaciones numéricas, tiene lugar más lentamente en los niños con discalculia.

Otros estudios también se han interesado en la precisión de las representa-

ciones numéricas mediante la evaluación de la capacidad de colocar números en la recta numérica de pequeñas cantidades a la izquierda y grandes cantidades a la derecha. Como sugiere el modelo de la triple código (Dehaene, 1992), la línea numérica mental se extiende de izquierda a derecha cada vez con menos precisión. Las representaciones numéricas mentales siguen la ley de Weber-Fechner (Feigenson et al., 2004) y es igual a una compresión logarítmica de las representaciones numéricas mentales cuando las cantidades reales aumentan. Por un lado, los niños no son idénticos a los adultos. En efecto, son inicialmente muy imprecisos: esto se traduce en representaciones que son parte de una función logarítmica. Más adelante estas representaciones se hacen cada vez más finas, lo que se traduce en representaciones en forma de una función lineal (Geary, Hoard, Nugent, y Byrd-Craven, 2008; Opfer y Siegler, 2007). Los estudios demuestran que en realidad las representaciones numéricas se hacen más precisas con la edad. En los niños de jardín de infancia, representaciones de 0 a 100 son parte de una función logarítmica, hasta que a los 6-7 y 8-9 años adquieren la forma de una función lineal (Booth y Siegler, 2006; Friso-van den Bos, Kroesbergen, Van Luit, Xenidou-Dervou, Jonkman, Van der Schoot, y Lieshout 2015; Geary et al., 2008). Las representaciones de 0 a 1.000 van

mejorando con el tiempo: los niños de 7-8 años tienen representaciones numéricas que describen una función logarítmica, mientras que en los de 9-10 años y los adultos esa función se vuelve más precisa y se convierte en una función lineal (Booth y Siegler, 2006). Por otra parte, el desarrollo de esta línea numérica mental se ha estudiado en niños con discalculia para comprobar sus representaciones numéricas. Así, varios estudios muestran que los niños con discalculia tienen dificultades para colocar los números en su lugar en líneas numéricas de 0 a 100 y de 0 a 1000. En varios estudios (Geary et al., 2008; Landerl, Fussenegger, Moll, y Willburger, 2009) niños discalculicos de 6 a 10 años tienen representaciones numéricas en forma de una función logarítmica, y sus pares del grupo control tienen representaciones numéricas que describen una función lineal. Del mismo modo, según un estudio de Andersson y Östergren (2012), los niños con discalculia entre 10-12 años tienen menos representaciones numéricas lineales que sus pares del grupo control. Las representaciones numéricas de los niños con discalculia, menos precisas, podrían corresponder con representaciones numéricas inmaduras similares a las de niños más pequeños. Así pues, las representaciones numéricas precisas son de adquisición más lenta en los niños con discalculia. Queda por determinar la magnitud de este retraso en

el desarrollo y si en los niños con discalculia la exactitud de las representaciones numéricas mentales de sus compañeros de grupos de control se podría lograr. En este sentido, un estudio longitudinal parece muy adecuado ya que permitiría estudiar las trayectorias de desarrollo de representaciones numéricas mentales en niños con discalculia y sus compañeros de control.

Por último, de los resultados de la ley de Weber-Fechner (Feigenson et al., 2004) se desprenden dos efectos principales: el efecto del tamaño, según el cual es más fácil comparar cantidades pequeñas que grandes (por ejemplo, 4 vs. 8 es más fácil que 32 vs. 36); y el efecto distancia, según el cual es más fácil comparar cantidades alejadas que cantidades cercanas (por ejemplo, 2 vs. 9 es más fácil que 2 vs. 4). Tres estudios han investigado el efecto del tamaño en los niños con discalculia. Mejias et al., (2011) muestran que los niños con discalculia de 9 a 10 años, al igual que sus compañeros en un grupo de control, están influidos por el tamaño de los conjuntos a estimar, aunque tienen un menor rendimiento que un grupo de niños control en tareas de comparación de números con tareas presentadas no simbólicamente. Landerl et al., (2009) muestran que el efecto tamaño es más pronunciado entre los niños de 9 a 10 años con discalculia que su grupo de control en una tarea de comparación de números

árabes y números no simbólicos. Del mismo modo, Ashkenazi, Mark-Zigdon y Henik (2009) muestran que los niños con discalculia de 9-10 años de edad están más influenciados por el efecto del tamaño que los compañeros de control en una tarea de comparación de números árabes de dos cifras, un resultado que sin embargo podría explicarse por una diferencia en el formato de presentación (no simbólica vs simbólico) y el tamaño de las cantidades y las variables medidas (tiempo o error).

Al igual que los adultos, los niños, de 5 años ya se ven afectados por el efecto distancia (Gillmore, McCarthy, y Spelke, 2007). En este caso, los estudios son algo más numerosos, pero no se ha llegado a ningún consenso. Algunos estudios sugieren que niños con discalculia son sensibles al efecto de distancia entre dos números que se comparan: sea de manera equivalente con niños control (Landerl et al, 2009; Mussolin et al, 2009; Price, Holloway, Räsänen, Vesterinen y Ansari, 2007), o más fuerte (Mussolin, Mejias y Christmas, 2010), lo que se traduciría en una imprecisión en la línea numérica mental en los niños con discalculia. Un estudio (Ashkenazi et al., 2009) muestra que los niños de 9-10 años con discalculia y sus compañeros del grupo de control son muy diferentes cuando comparan cantidades grandes que pequeñas: la diferencia en el efecto distancia entre los dos grupos

se limita al tiempo de respuesta para las cantidades de 1 a 9, mientras que es observada para el tiempo de respuesta y el número de errores para cantidades de 10 a 99.

En conjunto todos estos estudios parecen sugerir un déficit en el sentido numérico o en el módulo del número en los niños con discalculia, que se manifiesta por la dificultad de subitizar pequeñas cantidades no simbólicas y procesar cantidades grandes presentadas de forma no simbólica. Sin embargo, permanece la incertidumbre respecto al procesamiento de cantidades no simbólicas y las dificultades en las representaciones numéricas. Se necesitan más estudios sobre procesamiento no simbólico del número y las representaciones numéricas mentales para comprender mejor la naturaleza de las representaciones numéricas de los niños con discalculia. En efecto, tanto para el sistema de precisión numérica como para el sistema de aproximación, los estudios no logran un consenso. Las diferencias entre los resultados podrían explicarse por diferencias en la edad de los sujetos (por ejemplo, 5-6 años en el estudio de Desoete et al., 2012, 14-15 en el estudio de Mazzocco et al. 2011), el tamaño de las cantidades manipuladas (ejemplo, cantidades de 2 a 240 en el estudio de Desoete et al., 2012), y sólo de 5 a 16 en el estudio de Mazzocco et al., 2011), las tareas utilizadas (por ejemplo,

una tarea de comparación en el estudio de Landerl y Kölle de 2009, una tarea de estimación en el estudio de Mejias et al., 2011). Por tanto, parece necesario proponer estudios que tengan claramente en cuenta el sistema de aproximación numérica o el sistema de exactitud numérica, controlando un conjunto de procesos y tareas separadas, como el reconocimiento, la producción o comparación de cantidades.

En los últimos años, los estudios sobre discalculia han formulado la hipótesis de la existencia de un trastorno específico en el procesamiento del número como causa de discalculia. Los estudios están de acuerdo con la hipótesis del déficit sentido numérico o módulo del número, que se manifiesta por las dificultades de subitización de pequeñas cantidades no simbólicas y dificultades para procesar de forma aproximada grandes cantidades no simbólicas. Sin embargo, no hay consenso acerca de las dificultades en las representaciones numéricas. Los efectos de tamaño y distancia, y la precisión de las representaciones numéricas de los niños con discalculia tienen que ser más especificadas. Estudios adicionales sobre procesamiento no simbólico del número y sobre representaciones numéricas mentales son necesarios para comprender mejor la naturaleza de las representaciones numéricas de los niños con discalculia. De hecho, no se alcanza un consenso

tan para el sistema de precisión numérica como para el sistema de aproximación numérica. Por tanto, parece necesario proponer estudios que tengan en cuenta muy claramente el sistema de aproximación numérica y el sistema de exactitud numérica controlando un conjunto de procesos y tareas individuales, como el reconocimiento, la producción y la comparación de cantidades.

La pregunta sobre la integridad de las representaciones numéricas de niños con discalculia y su capacidad para procesar las representaciones no simbólicas de números aún queda por debatir e investigar más a fondo.

A continuación, nos ocupamos de la hipótesis de un déficit de acceso al sentido numérico por los códigos simbólicos, es decir, a las dificultades para acceder al sentido de las cantidades a partir de números presentados en formato oral o con cifras árabes.

Déficit en el acceso al sentido numérico

Otros estudios recientes sugieren que la discalculia es más debida a una dificultad de acceso a representaciones numéricas mentales a través de las representaciones simbólicas numéricas presentadas en cifras árabes. Varios estudios parecen sugerir la presencia de un déficit de acceso a las representaciones numéricas (Geary et al., 2008; Landerl et al., 2009; Andersson y Ös-

tergren, 2012). En estos estudios, el niño tiene que situar un número presentado simbólicamente (números árabes) en una recta numérica de 0 a 100; el estudio de Andersson y Östergren (2012) muestra, por ejemplo, que los niños con discalculia de 10 a 12 años tienen representaciones numéricas menos precisas que el grupo de control. Rousselle y Noel (2007) muestran por primera vez un grupo de niños con discalculia 7-8 años tiene ciertamente difícil la comparación de números árabes, pero consiguen el mismo rendimiento que su grupo de control al comparar conjuntos de puntos. Más recientemente, Andersson y Östergren (2012) muestran que la niños discalculia 10-12 años son tan buenos como su grupo de control en una tarea de comparación de 2 a 8 puntos; sin embargo, presentan dificultades: son más lentos que sus compañeros en la comparación de los números árabes (de uno o dos dígitos). Estos estudios ponen en duda la hipótesis del “sentido numérico” y sugieren que más bien sería un acceso a déficit representaciones numéricas. En un estudio, De Smedt y Gilmore (2011) muestran que la los niños con discalculia de 6 años y 8 meses fallan en el procesamiento de los números simbólicos (comparaciones, sumas, restas), pero son tan exitosos como sus pares en tareas que implican el procesamiento de números no simbólicos. Niños discalcúlicos de 7-8 años fallan

más que los compañeros de control en tareas de comparación simbólica de los números (árabes y verbales), pero todos tienen la mismas habilidades al comparar números presentados no simbólicamente (Desoete et al., 2012). Curiosamente, este estudio muestra que los niños con discalculia de 5-6 años eran menos eficientes que su grupo control al comparar números presentados analógicamente, aunque difieren más a los 7-8 años. Esto sugiere que los niños pequeños con discalculia tienen dificultades para tratar números simbólicos y no simbólicos, y sólo persisten dificultades de procesamiento de números simbólicos. Considerando que el sistema simbólico se encuentra incluido en el sistema no simbólico (Feigenson, Libertus, y Halberda, 2013), este resultado sugiere que el mal funcionamiento inicial del sistema no simbólico es el origen de la disfunción observada gradualmente más adelante con los sistemas simbólicos. Sin embargo, el estudio de Iuculano, Tang, Hall y Butterworth (2008) con dos niños con discalculia 8-9 años revela una diferencia en la naturaleza subyacente de los trastornos aritméticos. El primero de estos niños presentaba tanto dificultades de procesamiento no simbólico del número como simbólico y por lo tanto parecía tener un déficit representaciones numéricas en sí mismas. El segundo presentaba, sin embargo, buenas habilidades en ta-

reas de comparación, en sumas y restas no simbólicas, pero dificultades en las tareas de adición simbólica exacta, un comportamiento explicable por la existencia de un déficit de acceso a representaciones numéricas. Esto es una constante similar a la encontrada por Chan, Au y Tang (2013) en un estudio en el que se ponen de relieve la presencia de trastornos cognitivos distintos en los niños con discalculia chinos de 6-7 años: un grupo de niños tiene un déficit en tareas de sentido numérico (dificultad para hacer tareas numéricas no simbólicas), mientras que los niños del otro grupo parecen tener un déficit en tareas numéricas simbólicas. Estos dos últimos estudios sugieren diversos orígenes funcionales en los trastornos del cálculo.

Se necesitan estudios adicionales para aclarar las habilidades de los niños con discalculia al manejar el número en un formato simbólico (árabe y oral) y no simbólico.

Conclusiones

En síntesis, las definiciones de discalculia no son útiles para determinar el deterioro cognitivo que causa este incapacitante trastorno para el niño, su rendimiento escolar, y su futuro desempeño social y profesional. Las causas de este trastorno aún no están claras. Actualmente, tenemos dos su-

puestos sobre los déficits cognitivos numéricos que son objeto de debate con respecto al origen cognitivo subyacente a la discalculia. Por un lado, la hipótesis de un déficit en el sentido numérico sugiere que la discalculia es debida a una falta en el procesamiento de representaciones no simbólicas del número y una alteración de las representaciones numéricas mentales. En este sentido, los estudios muestran que algunos niños con discalculia tienen dificultad para subitizar pequeñas colecciones de puntos, otros tienen dificultad para comparar grandes colecciones no simbólicas y poseen una exactitud numérica inferior. Por otro lado, la segunda hipótesis se refiere a la falta de acceso a las representaciones numéricas mentales y a los códigos simbólicos los que explican más bien la discalculia por el difícil acceso al sentido de los números presentados simbólicamente en formato árabe. Esta hipótesis es particularmente apoyada por estudios que muestran que algunos niños con discalculia manejan muy bien la comparación de cantidades presentadas en forma no simbólica, pero tienen la dificultad para comparar cantidades presentadas en código árabe. Así, será posible considerar la discalculia primaria, no como el resultado de una única causa cognitiva numérica (hipótesis de un déficit en el sentido numérico o déficit en el acceso a las representaciones numé-

ricas mentales), sino más bien como un trastorno que resulta en dos posibles orígenes numéricos de carácter cognitivo. La evidencia de dos causas cognitivas diferentes de la discalculia sugiere efectivamente la existencia, no de un perfil de los niños discalcúlicos, sino dos tipos de discalculia primaria: una discalculia analógica y una discalculia simbólica.

Responder a la pregunta de las causas cognitivas de la discalculia tiene implicaciones no sólo teóricas, sino también aplicadas. De hecho, comprender las dificultades cognitivas numéricas de los niños discalcúlicos permite facilitar un diagnóstico diferencial entre un niño discalcúlico y un niño con retraso escolar en matemáticas, facilitando la puesta en marcha de intervenciones para la reeducación en ambas problemáticas. De esta forma, evaluar la dificultad matemática en los niños debe atender a varios aspectos.

En primer lugar, la anamnesis al inicio de la evaluación debe conducir al profesional a definir el problema del niño, así como al impacto en la escuela y en su vida cotidiana. Si la discalculia se describe como un trastorno primario en el desarrollo matemático, la evaluación de las capacidades matemáticas generales apuntarían a objetivar las dificultades matemáticas escolares usando herramientas estandarizadas (por ejemplo, el Early Numeracy Test-R, para niños entre 4-7 años, de Van

Luit et al., 2015, el Tedi-math para niños de 5 a 8 años de Grégoire, Noël, y Van Nieuwenhoven, 2005; Test de Competencia Matemática Básica-3, de Ginsburg y Baroody, del Río, y Guerra 2007).

Por último, esta revisión destaca dos tipos de perfiles de discalculia primaria (deterioro cognitivo del sentido de número o acceso deficitario en el sentido numérico mediante códigos numéricos árabes) que debe ser incorporado en el diagnóstico, en busca de la presencia o no de este tipo de déficit en la evaluación de las habilidades matemáticas, que ninguna de las pruebas anteriores hacen. En efecto, la evaluación de las habilidades numéricas básicas, en particular el procesamiento de códigos numéricos analógicos (el sistema de precisión numérica y el sistema de aproximación numérica) y códigos numéricos árabes y orales, y sus vínculos con representaciones numéricas mentales, es esencial para identificar la presencia de deterioro cognitivo numérico al considerar el diagnóstico de discalculia. Esta evaluación exhaustiva podría incluir situaciones tales como comparar números árabes, números en forma oral, y también comparar pequeñas y grandes conjuntos de puntos considerando todos los procesamientos de códigos numéricos.

Además, las tareas de situar números orales, árabes y analógicos en una recta numérica permitirían evaluar re-

presentaciones numéricas y su grado de precisión. Integrar las pruebas descritas permitiría, por tanto, la evaluación de diversos sistemas numéricos y la determinación de un déficit cognitivo numérico, facilitando así el diagnóstico diferencial entre discalculia y un niño con retardo escolar en matemáticas.

Aunque en la presente revisión destaca la presencia de múltiples perfiles de discalculia primaria, a fecha de hoy, no hay consenso claro en cuanto a la causa de la discalculia. Varias perspectivas de investigación pueden ser formuladas y destacan varios tópicos. En primer lugar, parece inevitable realizar más estudios sobre el procesamiento de representaciones analógicas en niños con discalculia, teniendo cuidado de diferenciar el tratamiento de pequeñas cantidades (sistema de precisión numérica) y cantidades grandes (sistema de aproximación numérica), así como estudios sobre el procesamiento de cantidades presentadas simbólicamente en códigos árabes y las relaciones entre los dos códigos numéricos descritos.

También parece importante explorar diversos procesos numéricos aparte de la comparación de números, tales como el reconocimiento de números, el juicio de igualdad con dos cantidades presentadas en dos códigos dife-

rentes y la producción de cantidades. Por otra parte, no hay datos sobre el procesamiento de cantidades presentadas simbólicamente en código oral para niños con discalculia. Por tanto, debe ser determinado si también hay un perfil de niño discalcúlico con un déficit de acceso al sentido del número, es decir a representaciones numéricas mentales, cuando los números son presentados oralmente. En la medida en que se identifiquen varios perfiles de discalculia, sigue siendo esencial responder a la pregunta del patrón matemático que corresponde a cada deterioro cognitivo y a cada perfil discalcúlico. Para esto, parece absolutamente esencial en el futuro integrar, no sólo a un grupo de niños con discalculia, sino varios grupos, incluyendo el perfil cognitivo numérico que corresponda a cada uno de ellos.

Por lo tanto, varias líneas de investigación se vislumbran para tratar de responder a estas preguntas importantes. Sería interesante realizar estudios exploratorios y sistemáticos para evaluar sistemas numéricos simbólicos y analógicos, las relaciones que mantienen, al principio, durante y después de desarrollo del aprendizaje matemático formal, y su implicación en los aprendizajes aritméticos y matemáticos en general.

Referencias

- Allardice, B. S., y Ginsburg, H. P. (1983). Pupils' psychological difficulties in mathematics. In Ginsburg, H. P. (Ed.), *The development of Mathematical Thinking* (319–350). New York, NY: Academic Press.
- American Psychiatric Association (2000). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders. 4th edition, text revision*. Washington, DC: APA.
- American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders*. Washington, DC: APA.
- Andersson, U., y Östergren, R. (2012). Number magnitude processing and basic cognitive functions in children with mathematical learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, 22(6), 701–714. doi:10.1016/j.lindif.2012.05.004
- Aragón, E., Navarro, J., Aguilar, M., y Cerda, G. (2015). Cognitive predictors of 5-year-old students' Early Number Sense. *Revista de Psicodidáctica /Journal of Psychodidactics*, 20 (1), 83-97. doi: 10.1387/RevPsicodidact.11088.
- Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., y Henik, A. (2009). Numerical distance effect in developmental dyscalculia. *Cognitive Development*, 24(4), 387–400. doi:10.1016/j.cogdev.2009.09.006
- Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., y Henik, A. (2012). Do subitizing deficits in developmental dyscalculia involve pattern recognition weakness? *Developmental Science*, 16 (1), 35–46. doi:10.1111/j.1467-7687.2012.01190.x
- Aunio, P., Heiskari, P., Van Luit, J.E. y Vuorio, J. (2015). The development of early numeracy skills in kindergarten in low, average and high performance groups. *Journal of Early Childhood Research*, 13 (1), 3-16. doi: 10.1177/1476718X14538722
- Badian, N. (1999). Persistent arithmetic, reading, or arithmetic and reading disability. *Annals of Dyslexia*, 49, 45–70. doi:10.1007/s11881-999-0019-8
- Barbarese, W. J., Katusic, S. K., Colligan, R. C., Weaver, A. L., y Jacobsen, S. J. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976–82, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics: The Official Journal of the Ambulatory Pediatric Association*, 5 (5), 281–289. doi:10.1367/A04-209R.1
- Booth, J. L., y Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual

- differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, 42(1), 189-201. doi: 10.1037/0012-1649.41.6.189
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London, UK: MacMillan.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal Child Psychology and Psychiatry*, 46, 3-18. doi: 10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x
- Butterworth, B. (2008). Developmental dyscalculia.. In J. Campbell (ed.) *Handbook of Mathematical Cognition*. (455-467). Hove: Psychology Press.
- Butterworth, B., Varma, S., y Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *Science*, 332 (6033), 1049-1053. doi:10.1016/j.cub.2011.07.005
- Chan, W. W. L., Au, T. K., y Tang, J. (2013). Developmental dyscalculia and low numeracy in Chinese children. *Research in Developmental Disabilities*, 34(5), 1613-1622. doi: 10.1016/j.ridd.2013.01.030
- Clements, D. H., Sarama, J., Spitler, M. E., Lange, A. A., y Wolfe, C. B. (2011). Mathematics learned by young children in an intervention based on learning trajectories: A large-scale cluster randomized trial. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42 (2), 127-166.
- De Smedt, B., y Gilmore, C. K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 108(2), 278-292. doi: 10.1016/j.jecp.2010.09.003
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42. doi:10.1016/0010-0277(92)90049-N
- Dehaene, S., y Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of Number Processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83-120.
- Desoete, A., y Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, 16 (4), 351-367. doi:10.1016/j.lindif.2006.12.006
- Desoete, A., Roeyers, H. y De Clercq, A. (2004). Children with mathematics learning disabilities in Belgium. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 50-61.
- Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerd, F., y Pieters, S. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and no symbolic compari-

- son tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology*, 82 (1), 64-81. doi: 10.1348/2044-8279.002002
- Devine, A., Soltész, F., Nobes, A., Goswami, U., y Szücs, D. (2013). Gender differences in developmental dyscalculia depend on diagnostic criteria. *Learning and Instruction*, 27, 31-39. doi:10.1016/j.learninstruc.2013.02.004
- Dirks, E., Spyer, G., Van Lieshout, E. C. D. M., y De Sonneville, L. (2008). Prevalence of combined reading and arithmetic disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 41 (5), 460 - 473. doi:10.1177/0022219408321128
- Fayol, M., Perros, H., y Seron, X. (2004). Les représentations numériques : caractéristiques, troubles et développement. Dans M. Metz-Lutz, E. Demont, C. Seegmuller, M. De Agostini, y N. Bruneau (éds), *Développement cognitif et troubles des apprentissages* (pp. 69-107). Marseille, France: Solal.
- Feigenson, L., Dehaene, S., y Spelke, E. S. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8 (7), 307-14. doi:10.1016/j.tic.2004.05.002
- Feigenson, L., Libertus, M. E., y Halberda, J. (2013). Links between the intuitive sense of number and formal mathematics ability. *Child Development Perspectives*, 7(2), 74-79. doi: 10.1111/cdep.12019
- Ferreira, F., Wood, G., Pinheiro-Chagas, P., Lonnemann, J., Krinzinger, H., Willmes, K., y Haase, V. (2012). Explaining school mathematics performance from symbolic and nonsymbolic magnitude processing: Similarities and differences between typical and low-achieving children. *Psychology and Neuroscience*, 5 (1), 37-46. doi: 10.3922/j.psns.2012.1.06
- Fischer, J. P. (2007). Combien y a-t-il d'élèves dyscalculiques? *A.N.A.E.*, 19 (3), 141-148.
- Freeman, C. E. (2004). *Trends in educational equity of girls and women: 2004 (NCES 2005-016)*. U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. Washington, DC: U.S. Government Printing Office.
- Friso-vandenBos, I., Kroesbergen, E.H., Van Luit, J.E., Xenidou-Dervou, I, Jonkman, L.M, Van der Schoot, M., y Lieshout (2015). Longitudinal development of number line estimation and mathematics performance in primary school children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 134, 12-29.

- doi: 10.1016/j.jecp.2015.02.002.
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, *114*, 345–362. doi: 1.137/33-2909.114.2.345
- Geary, D. C. (2010). Mathematics disabilities: Reflections on cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Learning and Individual Differences*, *20*, 130–133. doi:10.1016/j.lindif.2009.10.008
- Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, *32*, 250–263. doi:10.1097/DBP.0b013e318209edef
- Geary, D. C., y Hoard, M. K. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology*, *15*(7), 635-647. doi: 10.1080/02687040143000113
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., y Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, *33*(3), 277-299. doi: 10.1080/87565640801982361
- Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., y Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature*, *447*(7144), 589-591. doi: 10.1038/nature05850
- Ginsburg, H., Baroody, A. J., del Río, M. C. N., y Guerra, I. L. (2007). *Tema-3: test de competencia matemática básica*. Madrid: Tea Ediciones.
- Grégoire, J. Noël, M. P. y Van Nieuwenhoven, C. (2005). *Tedi-Math. Manual*. Madrid: TEA.
- Gross-Tsur, V., Manor, O. y Shalev, R. S. (1996). Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Developmental Medicine and Child Neurology*, *38*, 25-33.
- Hudson, C., Price, D., y Gross, J. (2009). *The long-term costs of numeracy difficulties*. London, UK: Every Child a Chance Trust.
- Iuculano, T., Tang, J., Hall, C. W. B., y Butterworth, B. (2008). Core information processing deficits in developmental dyscalculia and low numeracy. *Developmental Science*, *11*(5), 669-680. doi: 10.1111/j.14677687.2008.00716.x
- Jiménez, J. E. y Artiles, C. (2007). *Definiciones y criterios de identificación de las Dificultades Específicas de Aprendizaje*. Las Palmas de Gran Canaria. Conse-

- jería de educación de Canarias.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., y Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development, 74*(3), 834-850. doi:10.1111/1467-8624.00571
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., y Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*, 850-867. doi: <http://dx.doi.org/10.1037/a0014939>
- Jovanović, G., Jovanović, Z., Bankovic-Gajić, J., Nikolić, A., Svetozarević, S. y Ignjatovic-Ristić, D. (2013). The frequency of dyscalculia among primary school children. *Psychiatria Danubina, 25*(2), 170-174.
- Kaufmann, L., Mazzocco, M. M., Dowker, A., von Aster, M., Göbel, S. M., Grabner, R. H., Henik, A., Jordan, N. C., Karmiloff-Smith, A. D., Kucian, K., Rubinsten, O., Szucs, D., Shalev R., y Nuerk, H. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in Psychology, 4*, 1-5. doi:10.3389/fpsyg.2013.00516
- Kosc, I. (1974). Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities, 7*, 164-17.
- Lafay, A., Saint-Pierre, M.-C., y Ma-coir, J. (2014). Revue narrative de littérature relative aux troubles cognitifs numériques impliqués dans la dyscalculie développementale: déficit du sens du nombre ou déficit de l'accès aux représentations numériques mentales?. *Canadian Psychology/Psychologie canadienne*. Advance online publication. <http://dx.doi.org/10.1037/a0037264>
- Landerl, K., y Kölle, C. (2009). Typical and atypical development of basic numerical skills in elementary school. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*(4), 546-565. doi: 10.1016/j.jecp.2008.12.006
- Landerl, K., Fussenegger, B., Moll, K., y Willburger, E. (2009). Dyslexia and dyscalculia: Two learning disorders with different cognitive profiles. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*(3), 309-324. doi: 10.1016/j.jecp.2009.03.006
- Levine, S. C., Vasilyeva, M., Lourenco, S. F., Newcombe, N. S., y Huttenlocher, J., (2005). Socioeconomic status modifies the sex difference in spatial skill. *Psychological Science, 16*, 841-845. doi:10.1111/j.1467-9280.2005.01623.x

- Lewis, C., Hitch, G. J., y Walker, P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- to 10-year-old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 35, 283-292.
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., y Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability. *Child Development*, 82(4), 1224-1237. doi: 10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x
- Mejias, S., Mussolin, C., Rousselle, L., Grégoire, J., y Noël, M.-P. (2011). Numerical and non-numerical estimation in children with and without mathematical learning disabilities. *Child Neuropsychology*, 37-41. doi: 10.1080/09297049.2011.625355
- Miranda-Casas, A., Meliá-de Alba, A., Marco-Taverner, R., Roselló, B., y Mulas, F. (2006). Dificultades en el aprendizaje de matemáticas en niños con trastorno por déficit de atención e hiperactividad. *Revista de Neurología*, 42, 163-S170.
- Moeller, K., Neuburger, S., Kaufmann, L., Landerl, K., y Nuerk, H.C. (2009). Basic number processing deficits in developmental dyscalculia: Evidence from eye tracking. *Cognitive Development*, 24 (4), 371-386. doi:10.1016/j.cogdev.2009.09.007
- Morgan, P., L., Farkas, G., y Wu, Q. (2009). Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 42, 306-321. doi: 10.1177/0022219408331037
- Mussolin, C., Mejias, S., y Noël, M.-P. (2010). Symbolic and non-symbolic number comparison in children with and without dyscalculia. *Cognition*, 115(1), 10-25. doi: 10.1016/j.cognition.2009.10.006
- Mussolin, C., Volder, A. De Grandin, C., Schlgel, X., Nassogne, M., y Noël, M. (2009). Neural correlates of symbolic number comparison in developmental dyscalculia. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 22(5), 860-874. doi: 10.1162/jocn.2009.21237
- Opfer, J. E., y Siegler, R. S. (2007). Representational change and childrens numerical estimation. *Cognitive Psychology*, 55 (3), 169-195. doi: 10.1016/j.cogpsych.2006.09.002
- Orrantia, J. (2005). Diferencias individuales en aritmética cognitiva. Influencia de los procesos de recuperación de hechos numéricos. *Cognitiva*, 17, 71-84.
- Orrantia, J., Martínez, J., Morán, M.C.

- y Fernández, J. C. (2002). Dificultades en el aprendizaje de la aritmética: un análisis desde los modelos cronométricos. *Cognitiva, 14*, 183-201.
- Passolunghi, M. C., y Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology, 82*, 42-63. doi:10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x
- Piazza, M., Facoetti, A., Noemi, A., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., y Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition, 116* (1), 33-41. doi: 10.1016/j.cognition.2010.03.012
- Price, G. R., Holloway, I. D., Räsänen, P., Vesterinen, M., y Ansari, D. (2007). Impaired parietal magnitude processing in developmental dyscalculia. *Current Biology, 17*(24), 1042-1043. doi: 10.1016/j.cub.2007.10.013
- Ramaa S., y Gowramma I.P. (2002). A systematic procedure for identifying and classifying children with dyscalculia among primary school children in India. *Dyslexia, 8* (2), 67-85.
- Reigosa-Crespo, V., Valdés-Sosa, M., Butterworth, B., Estévez, N., Rodríguez, M., Santos, E., Torres, P., Suárez, R., y Lage, A. (2012). Basic numerical capacities and prevalence of developmental dyscalculia: The Havana survey. *Developmental Psychology, 48*, 1, 123-135. doi: 10.1037/a0025356
- Rivera-Batiz, F. L. (1992). Quantitative literacy and the likelihood of employment among young adults in the United States. *Journal of Human Resources, 313-328*.
- Rousselle, L., y Noël, M.P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs no symbolic number magnitude processing. *Cognition, 102*(3), 361-395. doi: 10.1016/j.cognition.2006.01.005
- Rosselli, M., Matute, E., Pinto, N. y, Ardila, A. (2006). Memory abilities in children with subtypes of dyscalculia. *Developmental Neuropsychology, 30*, 801-808. doi: 10.1207/s15326942dn3003_3
- Rubinsten, O., y Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends Cognition Science, 13*, 92-99. doi: 10.1016/j.tics.2008.11.002
- Schleifer, P., y Landerl, K. (2011). Subitizing and counting in ty-

- pical and atypical development. *Developmental Science*, 2(14), 280–291. doi: 10.1111/j.1467-7687.2010.00976.x
- Shalev, R. S., y Gross-Tsur, V. (1993). Developmental dyscalculia and medical assessment. *Journal of Learning Disabilities*, 36, 134–137. doi: 10.1177/002221949302600206
- Shalev, R. S., y Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatric Neurology*, 24(5), 337–342. doi:10.1016/S0887-8994(00)00258-7
- Share, D. L., Moffitt, T. E., y Silva, P. A. (1988). Factors associated with arithmetic-and-reading disability and specific arithmetic disability. *Journal of Learning Disabilities*, 21(5), 313–320. doi:10.1177/
- Starkey, P., y Cooper, R. G. (1995). The development of subitizing in young children. *British Journal of Developmental Psychology*, 13, 399–420. doi:10.1111/j.2044-835X.1995.tb00688.x
- Swanson, H. L., Jerman, O. y Zheng, X. (2008). Growth in working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 100(2), 343–379. doi:10.1037/0022-0663.100.2.343
- Temple, C. M. (1997). *Developmental Cognitive Neuropsychology*. Hove: Psychology Press.
- Temple, C. M., y Sherwood, S. (2002). Representation and retrieval of arithmetical facts: developmental difficulties. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 55A, 733–752. doi:10.1080/02724980143000550
- Van Luit, E.H.J, Van de Rijdt, B., Araújo, A., Aguilar, M., Aragón, E., Ruiz, G., Navarro, J.I., Mena-cho, I., y García-Sedeño, M. (2015). Test de evaluación de la competencia matemática temprana-informatizado (TEMT-i). Madrid: EOS (en prensa)
- Wilson, A. J., y Dehaene, S. (2007). Number sense and developmental dyscalculia. In Donna Coch, Geraldine Dawson, y Kurt W. Fische (eds.), *Human behavior, learning, and the developing brain: Atypical development*, (212-238). New York, NY: Guildford Press.

Manuel Aguilar Villagrán. Profesor Titular de Psicología Evolutiva y de la Educación y docente de la asignatura Dificultades de Aprendizaje. Miembro del grupo de investigación HUM-634. Su línea de investigación principal se centra en el desarrollo de las habilidades matemáticas temprana y sus dificultades. Sobre este tema ha publicado artículos sobre resolución de problemas aritméticos, desarrollo del sentido

numérico y pruebas de evaluación matemática temprana

Estíbaliz L. Aragón Mendizábal. Profesor Ayudante no Doctor en el área de Psicología de la Educación (UCA). Miembro del grupo de investigación HUM-634 sobre dificultades de aprendizaje. Actualmente, se centra en el estudio del aprendizaje matemático temprano, temática sobre la cual ha elaborado su tesis doctoral.

José I. Navarro Guzmán Catedrático de Psicología Evolutiva y de la Educación de la Universidad de Cádiz. Ha publicado recientemente en colaboración con otros autores, los libros *Psicología del Desarrollo para Docentes* y *Psicología de la Educación para Docentes* (Ed. Pirámide) y diferentes artículos sobre los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje matemático temprano. Participa en el grupo de investigación HUM-634 sobre dificultades de aprendizaje.

Agradecimiento. Trabajo parcialmente financiado con el proyecto I+D+i del Ministerio de Ciencia e Innovación, referencia EDU2011-22747.

Correspondencia. Manuel Aguilar Villagrán, Departamento de Psicología. Universidad de Cádiz. 11510 Puerto Real (Cádiz). Email: manuel.aguilar@uca.es

